
**ISIJ 2020, Математический турнир,
8 июля 2020 года, Яндекс Контест**

1. ОКРУЖНОСТИ

Ответ: **62**

Пусть S_1 и S_2 — площадь большего и меньшего круга, а площадь общей части кругов равна S . Тогда площади указанных в условии частей равны $S_1 - S$ и $S_2 - S$. Следовательно, искомая разность равна $(S_1 - S) - (S_2 - S) = S_1 - S_2 = \pi * (6^2 - 4^2) = \pi * 20 = 62,8\dots$

2. ТОРТ

Ответ: **33**

Это центр параллелограмма, то есть точка пересечения диагоналей. Малыш не может получить более половины торта. Любая прямая, проходящая через центр параллелограмма, делит его на две равновеликие части.

3. ДВА МНОГОГРАННИКА

Ответ: **30**

По формуле Эйлера для каждого многогранника: $V + \Gamma - P = 2$. Здесь V , Γ и P — это соответственно количество вершин, граней и рёбер. Сложим эти формулы для двух многогранников: $38 + \Gamma - 64 = 4$, то есть $\Gamma = 30$.

Для тех, кто не знает этой формулы, можно воспользоваться эвристическими рассуждениями. Предположим, многогранники равны, тогда у каждого из них 19 вершин и 32 ребра. Правильный многоугольник с 19 вершинами имеет 19 рёбер и 2 грани (включая наружную). Добавляя 13 (непересекающихся) хорд, мы получаем 32 ребра и 15 граней.

4. НАИБОЛЬШЕЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ

Ответ: **162**

После нескольких экспериментов находим наибольшее значение $3*3*3*3*2=162$.

5. СУММЫ НЕЧЁТНЫХ ЧИСЕЛ

Ответ: **44**

Сумма первых n нечётных чисел равна $1 + 2 + \dots + (2n - 1) = n^2$ и не превосходит 2020. Значит, нужно подсчитать количество квадратов $1^2, 2^2, \dots$, не превосходящих 2020. Поскольку $44^2 < 2020 < 45^2$, на промежутке $[1; 2020]$ таких чисел 44 — это $1^2, 2^2, \dots, 44^2$.

6. НАИБОЛЬШИЙ КОРЕНЬ

Ответ: **100**

Подсчитаем показатель переменной x в левой части: $S = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot S$, то есть $S = 1$.

(Можно использовать формулу для суммы членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии.) Значит, $x^1 = 100$.

7. ШАХМАТЫ

Ответ: **G6 C6**

Единственный ход Лg6–с6!

8. ДИВАН И ШКАФ

Ответ: **14**

Последовательность ходов: С-С-Д-С-Ш-С-С-Д-С-Ш-Д-С-С-Д.

9. СУММА ПЕРЕСТАНОВОК

Ответ: **3 999 960**

Всего $5! = 120$ способов переставить цифры в числе 12345. Среди этих способов ровно в пятой части (т.е. в 24 случаях) цифра 1 стоит на первом месте. То же самое справедливо для любой цифры и для любого места. Поэтому искомая сумма равна $24(10000 + 1000 + 100 + 10 + 1 + 20000 + 2000 + 200 + 20 + 2 + 30000 + 3000 + 300 + 30 + 3 + 40000 + 4000 + 400 + 40 + 4 + 50000 + 5000 + 500 + 50 + 5) = 24(11111 + 22222 + 33333 + 44444 + 55555) = 24 \cdot 11111 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5) = 3\,999\,960$.

10. КОЛИЧЕСТВО ДРОБЕЙ

Ответ: **256**

В любой дроби x_1 будет стоять всегда в числителе, а x_2 — в знаменателе. Каждая из 8 букв x_3, x_4, \dots, x_{10} может оказаться независимо от остальных в числителе или знаменателе. Поэтому всего получится 2^{10-2} дробей.